5.1.13　任意の $x \in \mathbb{Q}$ をとってきて、その連結成分 C_x を考える

このとき $i : C_x \to \mathbb{R}$ は相対位相の定義から連続であり、

包含写像　C_x はその定義より連結である

仮に $y \in C_x$, $y \neq x$ が存在するとする。$y > x$, $y < x$ のどちらの場合も、証明は同じなので、とりあえず $y > x$ としてもよい

この2点に対し中間値の定理から

$x < z < y$ であるような任意の z に対し

$i(z') = z$ となるような $z' \in \mathbb{Q}$ が存在する …①

ここで 無理数の稠密性より $x < w < y$ であるような無理数 w がとれるが、これは①に矛盾する

P151の補足資料に無理数の稠密性がのってある

したがって $y \neq x$ となる $y \in C_x$ は存在しないので

題意は示された

教科書の解答の方がスマートだ