5.1.1

$M^{d} = \phi$ とすると

$M^{d} = \phi \iff M^{a} \cap M^{ic} = \phi$

$\iff M^{a} \subset M^{i}$

$\iff M^{a} = M^{i}$ （$M^{a} \supset M^{i}$ より）

よって M^{a} は ϕ, S でない閉かつ開集合であるので

S が連結であることに矛盾する。

したがって題意は示された。

※ 問題は「S が連結 $\Rightarrow$ S, ϕ でない任意の部分集合 M について

$M^{d} \neq \phi$」を示すことだが

実は $\iff$ であることが示せる

つまり「S が連結でない $\Rightarrow$ S, ϕ でないある部分集合 M について

$M^{d} = \phi$」を示せるということである

なぜなら

S が連結でないとすると S, ϕ 以外の閉かつ開集合であるような S の部分集合

M が存在する。この M について $M^{a} = M$, $M^{i} = M$ より

$M^{d} = M^{a} \cap M^{ic} = \phi$ であることが分かるからである