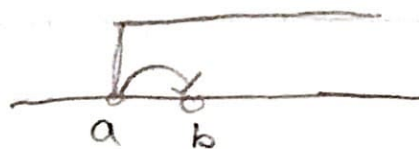


3. 2.1

「 $b$ が $a$ の直後の元である」...①

「 $b$ が $\{x \mid x \in A, a < x\}$ の最小元である」...②



(i) ①  $\Rightarrow$  ② について.

$b$ は $a$ の直後の元である  $a < b$  より  $b \in \{x \mid x \in A, a < x\}$

より ある  $x \in \{x \mid x \in A, a < x\}$  に対して  $x < b$  が成り立つと仮定.

$a < x$  より  $a < x < b$  とある  $x$  が存在する. これは ① に矛盾.

よって 任意の  $x \in \{x \mid x \in A, a < x\}$  に対して  $x < b$  は成り立たない.

したがって ② は成り立つ.

(ii) ②  $\Rightarrow$  ① について.

$b \in \{x \mid x \in A, a < x\}$  より  $a < b$  である.

仮に ある  $x \in A$  があっても  $a < x < b$  が成り立つと仮定.  $a < x$  より  $x \in \{x \mid x \in A, a < x\}$

あるが  $x < b$  より. これは ② に矛盾. ゆえに  $a < x < b$  とあるような  $A$  の元  $x$  は存在しない.

したがって ① は成り立つ.

(i) (ii) より

題意が示された.