

4. (1) 2  $k = |a - b|$  とおくと  $a \neq b$  より  $k > 0$  である。

$U = B(a; \frac{k}{2})$ ,  $V = B(b; \frac{k}{2})$  とおくと  $k > 0$  より

明らか:  $a \in U$ ,  $b \in V$  である。

また  $x \in U$  とすると  $d(x, a) < \frac{k}{2}$  である。

$$d(x, b) > d(a, b) - d(x, a) = k - d(x, a) > k - \frac{k}{2} > \frac{k}{2}$$

よって  $d(x, b) > \frac{k}{2}$  であるので  $x \notin V$

$$\therefore U \cap V = \emptyset$$

以上より  $U, V$  は 開集合である。題意は示された。