

6.2.6

$d(A, B) = \inf \{d(A, y) \mid y \in B\}$ の証明も同様である。

$d(A, B) = \inf \{d(x, A) \mid x \in A\}$ の示す。

$d(A, B) = m$, $\inf \{d(A, y) \mid y \in B\} = m'$ とせ。

m' の定義より 任意の $y \in B$ に対して $m' \leq d(A, y)$

さらに $d(A, y)$ の定義より 任意の $x \in A, y \in B$ に対して $m' \leq d(x, y)$
よって $m' \leq m$... ①

m の定義により 任意の $x \in A, y \in B$ に対して $m \leq d(x, y)$

ゆえに $m \leq d(A, y)$

よって $m \leq m'$... ②

①, ②より

$m = m'$ であることが示される。