

4.5.7

$B$  は  $A_1, A_2$  において 開集合  $O_1, O_2 \in \mathcal{O}$  を用いて

$$B = O_1 \cap A_1 = O_2 \cap A_2 \text{ と表せる.}$$

$\Rightarrow$  かつ

$$\begin{aligned} & (O_1 \cap O_2) \cap (A_1 \cup A_2) \\ &= (O_1 \cap O_2 \cap A_1) \cup (O_1 \cap O_2 \cap A_2) \\ &= (B \cap O_2) \cup (B \cap O_1) \\ &= B \cap (O_1 \cup O_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B \subset A_1 \cap A_2 \text{ かつ} &= B \cap (A_1 \cap A_2) \cap (O_1 \cup O_2) \\ &= B \cap \{(A_1 \cap A_2 \cap O_1) \cup (A_1 \cap A_2 \cap O_2)\} \\ &= B \cap \{(B \cap A_2) \cup (B \cap A_1)\} \\ &= B \cap \{B \cap (A_1 \cup A_2)\} \\ &= B \cap (A_1 \cup A_2) \end{aligned}$$

$$B \subset A_1 \cap A_2 \subset A_1 \cup A_2 \text{ かつ} \quad = B$$

( $\Leftarrow$ ) 仮定

$$B = (O_1 \cap O_2) \cap (A_1 \cup A_2) \text{ で}$$

$O_1 \cap O_2 \in \mathcal{O}$  かつ  $B$  は  $A_1 \cup A_2$  において  $\in$

開集合である. 開集合について同様に示せる.

\*  $B$  は  $A_1 \cap A_2$  の開集合であることをもっと簡単に示せる.

$$\begin{aligned} & (O_1 \cap O_2) \cap (A_1 \cap A_2) \\ &= (O_1 \cap A_1) \cap (A_2 \cap O_2) \\ &= B \cap B \\ &= B \end{aligned}$$

図で考えれば

わかりやすい.

