4.5.8 写像 $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ として

$$f(x) = \frac{1}{a-x} + \frac{1}{b-x}$$ を考え

これが 同相写像であることを示す

単射性 (a, b) において $\frac{1}{a-x}$, $\frac{1}{b-x}$ は単調増加なので従う.

全射性 $\lim_{x \to a+0} f = -\infty$, $\lim_{x \to b-0} f = +\infty$ で

中間値の定理より示せる.

連続性 P180 定理21 より 従う

開写像性 (a, b) 内の開集合 (c, d) をとる.

ただし $a < c < b$, $a < d < b$

このとき f の単調増加性から

$f((c, d)) \subset (f(c), f(d))$

また、中間値の定理から $f((c, d)) \supset (f(c), f(d))$

よって $f((c, d)) = (f(c), f(d))$

ゆえに f は 開写像である

以上より 題意は示された.

ただし 4.5.8 の前の段階で出ていない「中間値の定理」を使用しているのに

やや怪しい. 筆者は別解を想定していたのか?

それとも 解析学の知識を使ってもよかったのか?