$\boxed{2.13.1}$ 写像 $f : S^{-1}(M_1 \cap M_2) \longrightarrow S^{-1}M_1 \cap S^{-1}M_2$ を

$s \in S$, $x \in M_1 \cap M_2$ $f\left(\frac{x}{s}\right) = \frac{x}{s}$ と定める。

これは明らかに well-defined であり、

$A_{\mathfrak{S}_0}$ 加群の単射準同型である。

よって全射性を示す。 $y \in S^{-1}M_1 \cap S^{-1}M_2$ をとると、

$y \in S^{-1}M_1, S^{-1}M_2$ より、 $s, s' \in S$, $x_1 \in M_1$, $x_2 \in M_2$ を用いて

$$y = \frac{x_1}{s} = \frac{x_2}{s'}$$ とおける

$\frac{x_1}{s} = \frac{x_2}{s'}$ より $s''(s'x_1 - sx_2) = 0$ となる $s'' \in S$ が存在する。

$$s''s'x_1 = s''sx_2$$

左辺は $M_1$ の元で、右辺は $M_2$ の元なので、 $s''s'x_1 = m \in M_1 \cap M_2$ とおける

よって $\frac{m}{s''s's} \in S^{-1}(M_1 \cap M_2)$ を考えると

$$f\left(\frac{m}{s''s's}\right) = \frac{m}{s''s's} = \frac{s''s'x_1}{s''s's} = \frac{x_1}{s} = y$$

ゆえに $f$ は全射であるので $S^{-1}(M_1 \cap M_2) \cong S^{-1}M_1 \cap S^{-1}M_2$

解答の厳密性にあまり自信はない。