3.1.3 　φを体$\mathbb{Q}$の自己同型とすると、

φは体の自己同型なので $\varphi(1) = 1$。

これを足したり引いたりすることで $n \in \mathbb{Z}$について $\varphi(n) = n$ が成り立つことが分かる。

ここで $\frac{n}{m}$ $(m \neq 0,\ n, m \in \mathbb{Z})$ については

$$\begin{aligned}
\varphi\left(\frac{n}{m}\right) &= \varphi(n m^{-1}) \\
&= \varphi(n)\, \varphi(m^{-1}) \\
&= n\, \varphi(m)^{-1} \\
&= \frac{n}{m}
\end{aligned}$$

体だから成り立っていることに注意

これはφが恒等写像となることを意味する。

また ψを$\mathbb{F}_p$の自己同型としても

$\psi(\bar{1}) = \bar{1}$より $n \in \mathbb{Z}$について $\psi(\bar{n}) = \bar{n}$ が成り立つ。

これはψが恒等写像となることを意味する。

したがって題意は示された。