$\boxed{2.4.1}$ $\mathbb{Q}$ が $\mathbb{Q}$ の有限部分集合

$$S = \left\{ \frac{b_1}{a_1}, \frac{b_2}{a_2}, \cdots, \frac{b_n}{a_n} \right\}$$ で生成されるとする

ただし $\frac{b_i}{a_i} \in \mathbb{Q}$ は既約分数とする

素数は無限に存在するので $\prod_{i=1}^{n} a_i$ 以上の素数 P を取る。

このとき　仮定より

$$\frac{1}{P} = \frac{b_1}{a_1}k_1 + \frac{b_2}{a_2}k_2 + \cdots + \frac{b_n}{a_n}k_n$$ となる

$k_i \in \mathbb{Z}$ が存在する。

両辺を $P \times \prod_{i=1}^{n} a_i$ 倍して

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = \{k_1(b_1a_2\cdots a_n) + k_2(a_1b_2\cdots a_n) + \cdots k_n(a_1a_2\cdots a_n)\}P$$

この式の右辺は P で割り切れるが、P の定義より左辺は P で割り切れない。

なので　矛盾する。

したがって　題意は示された。