$\boxed{1.8.5}$ 準同型 $\phi : A[x] \to A$ を $\phi(x) = \frac{1}{f}$ (本当は f^{-1} のこと) となるように定めると

$\mathrm{Im}\,\phi = A[\frac{1}{f}]$ である。

このとき、$\mathrm{Ker}\,\phi = (fx-1)$ であることを示す。

明らかに $\mathrm{Ker}\,\phi \supset (fx-1)$ であるので $(fx-1) \supset \mathrm{Ker}\,\phi$ について示せばよい。

fは単元なので $f(x) \in \mathrm{Ker}\,\phi$ に対して

$f(x) = g(x)(fx-1) + a$ となる $g(x) \in A[x]$, $a \in A$ が存在する。

$f(\frac{1}{f}) = 0$ より $a = 0$.

よって $f(x) = g(x)(fx-1) \in (fx-1)$.

したがって $\mathrm{Ker}\,\phi = (fx-1)$

準同型定理より $A[\frac{1}{f}] \cong A[x]/(fx-1)$