$\boxed{3.4.2}$ $N = L \cdot M$ とおいて $\phi \in \mathrm{Hom}_M^{al}(N, \overline{K})$ について考える.

$\alpha \in N$ とおくと. Nの素体を K' とおく.

このとき $N = L \cdot M$ より

$$\alpha = \frac{f(l_1, l_2, \cdots, l_s, m_1, \cdots, m_t)}{g(l_1, l_2, \cdots, l_s, m_1, \cdots, m_t)}$$

$l_1, l_2, \cdots, l_t \in L$ $(s, t \in \mathbb{N} \cup \{0\})$

$m_1, m_2, \cdots, m_s \in M$

$f, g \in K'[x]$ と書ける.

のとき

$$\phi(\alpha) = \frac{f(\phi(l_1), \phi(l_2), \cdots, \phi(l_s), m_1, \cdots, m_t)}{g(\phi(l_1), \phi(l_2), \cdots, \phi(l_s), m_1, \cdots, m_t)}$$ となる

ϕ を L に縮小したものを考えることにより $\phi \in \mathrm{Hom}_K^{al}(L, \overline{K})$ でもあり.

L/Kが正規拡大より $\phi(L) \subset L$

よって $\phi(l_i) = l_i' \in L$ $(i = 1, 2, \cdots, s)$ とおけて

$$\phi(\alpha) = \frac{f(l_1', l_2', \cdots, l_s', m_1, \cdots, m_t)}{g(l_1', l_2', \cdots, l_s', m_1, \cdots, m_t)}$$ となり

$\phi(\alpha) \in N$.

したがって N/M も正規拡大となる