$\boxed{1.8.9}$ イデアルの共通部分はイデアルなので、$\sqrt{I_1 \cap I_2} = \sqrt{I_1} \cap \sqrt{I_2}$ について証明すれば、題意を満たすことになる。

$x \in \sqrt{I_1 \cap I_2}$ とおくと $\exists n \in \mathbb{N},\ x^n \in I_1 \cap I_2$

よって $x^n \in I_1, I_2$ であるので $x \in \sqrt{I_1}, \sqrt{I_2}$

ゆえに $x \in \sqrt{I_1} \cap \sqrt{I_2}$

$x \in \sqrt{I_1} \cap \sqrt{I_2}$ とおくと $\exists n, n' \in \mathbb{N},\ x^n \in I_1,\ x^{n'} \in I_2$

$x^{n+n'}$ について、I_1, I_2 はイデアルなので、

$x^{n+n'} = (x^n)x^{n'}$ とみれば $x^{n+n'} \in I_2$、$x^{n+n'} = (x^{n'})x^n$ とみれば $x^{n+n'} \in I_1$

そして、$n+n' \in \mathbb{N}$ である。

ゆえに $x \in \sqrt{I_1 \cap I_2}$

したがって $\sqrt{I_1 \cap I_2} = \sqrt{I_1} \cap \sqrt{I_2}$ は示されたので

証明終了。