

1.7.1

(1) $I = ((x-1)(x+1)(x-3))^2 \subset \mathbb{C}[x]$ $\mathbb{C}[x]/I$ の素イデアル P/I は $\mathbb{C}[x]$ の $I \in \mathcal{I}$ 素イデアル $P = (x-a)$ に対応する。

$P \supset I$ (1) $P \supset ((x-1)(x+1)(x-3))^2$ であり P は素イデアルだから $x, y \in \mathbb{C}[x]$ かつ $xy \in P \Rightarrow x \in P$ かつ $y \in P$ である。
 $P \supset (x-1), (x+1), (x-3)$

例 1.7.10 (1) \mathbb{C} は $\mathbb{C}[x]$ の素イデアル P/I に対応する (\mathbb{C} が体だから)

$$P = (x-1), (x+1), (x-3)$$

1.7.10 (2) \mathbb{C} は $\mathbb{C}[x]$ の素イデアル P/I に対応する (\mathbb{C} が体だから)。
 $P = (x-1), (x+1), (x-3)$

(2) $I = (x-1, y+1)^2 \cap (x, y)^3 \cap ((x-2)(y+2)) \subset \mathbb{C}[x, y]$
 $\mathbb{C}[x, y]/I$ の素イデアル P/I は $\mathbb{C}[x, y]$ の素イデアル $P \supset I$ に対応する。

1.7.11 (1) $P \supset (x-1, y+1)^2, (x, y)^3$ かつ $P \supset ((x-2)(y+2))$ である。
 P は素イデアルだから $x, y \in \mathbb{C}[x, y]$ かつ $xy \in P \Rightarrow x \in P$ かつ $y \in P$ である。

(i) $P \supset (x-1, y+1)^2$ かつ $P \supset x-1, y+1$ かつ $P \supset (x-1, y+1)$

1.7.10 (2) $(x-1, y+1)$ は $\mathbb{C}[x, y]$ の素イデアルだから $P = (x-1, y+1)$

(ii) $P \supset (x, y)^3$ かつ (i) と同様に $P = (x, y)$

(iii) $P \supset ((x-2)(y+2))$ かつ $P \supset (x-2)$ かつ $P \supset (y+2)$ である。

(i) $P \supset (x-2)$ かつ $\mathbb{C}[x, y]/(x-2)$ の素イデアル P/I は $\mathbb{C}[y]$ に対応する。

\mathbb{C} は同型 $\phi: \mathbb{C}[x, y] \rightarrow \mathbb{C}[y]$ $\phi(x) = 2$ により定まる。

$\ker \phi = (x-2)$ である。準同型定理から $\mathbb{C}[x, y]/(x-2) \cong \mathbb{C}[y]$

よって $\mathbb{C}[y]$ の素イデアル P/I は $\mathbb{C}[y]$ の素イデアル P/I に対応する。

$\mathbb{C}[y]$ の素イデアル P/I は例 1.7.14 (2) の問題 (1) (i) の $(y-\alpha)$ ($\alpha \in \mathbb{C}$) に対応する。

$(y-\alpha)$ の素イデアル P/I に対応する。

これに対応する $\mathbb{C}[x, y]/(x-1)$ の素イデアル P/I は $(y-\alpha, x-2)$ である。

よって これに対応する素イデアル P は $(x-2), (y-\alpha, x-2)$

(1) $P \supset (y+2)$ かつ $\mathbb{C}[x, y]/(y+2)$ の素イデアル P/I は $(x-2)/I, (y-\alpha, x-2)/I$

(2) $P \supset (y+2)$ かつ (1) と同様に $(y+2)/I, (y+2, x-\alpha)/I$ 。

(i) \wedge (iii) である。素イデアル P/I は素イデアル P/I に対応する。

$(x-1, y+1)/I, (x, y)/I, (x-2, y-\alpha)/I, (x-\alpha, y+2)/I$ ($\alpha \in \mathbb{C}$)

素イデアル P/I は

$(x-2)/I, (y+2)/I$