

3.3.1

(1) $f(x) = 3x^2 + 6x$

s.t. $f(x) = f'(x) \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) + 2x + 5$

$$f(x) = (2x+5) \left(\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{3}$$

例に $P=3$ とおくと $f'(x) = 0$ より $f(x)$ と $f'(x)$ は互いに素でないから:

$$f(x) \text{ は重根 } \exists \in \mathbb{Z}$$

$P=2$ とおくと

$f(x) = f'(x) \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) + 1$ より $f(x)$ と $f'(x)$ は互いに素でない

$f(x)$ は重根を持つから

$P \neq 2, 3$ とおくと

$f(x)$ と $f'(x)$ は互いに素でない

$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = 0$

$\Leftrightarrow P \mid 15 \in \mathbb{Z}$ より $P \mid 3$

$\Leftrightarrow P=5$

例に $P=7$ 求めた P は

$P = 3, 5$

例えば $P=2, 3$ の場合例に $P=1$ は確認していいから例に $P=1$ は 2 の逆元, 3 の逆元が存在しない

とまでいふ

よって ユークリッドの互除法が使える

(2) $f(x) = 4x^3 + 4$

s.t. $f(x) = f'(x) \left(\frac{1}{4}x\right) + 3x + 6$

$f'(x) = (x+2)(4x^2 - 8x + 16) - 28$

$P=2$ とおくと $f'(x) = 0$ より $f(x)$ と $f'(x)$ は互いに素でないから

$f(x)$ は重根をもつ

$P=3$ とおくと

$f(x) = f'(x) \left(\frac{1}{4}x\right)$ より

$f(x)$ と $f'(x)$ は互いに素でないから 重根 $\exists \in \mathbb{Z}$

$P \neq 2, 3$ とおくと

$f(x)$ と $f'(x)$ は互いに素でない

$\Leftrightarrow -28 = 0$

$\Leftrightarrow P \mid 28 \in \mathbb{Z}$ より $P \mid 7$

$\Leftrightarrow P=7$

例に $P=7$ 求めた P は

$P = 2, 3, 7$