

3.1.9

背理法により示す.

$f(x)$ は L 上既約でないこと.

$f(x)$ は 3 次の多項式

$\exists \alpha \in L, f(\alpha) = 0$

よって α に対して.

$K(\alpha)$ を考えよう.

$f(x)$ は 3 次の既約多項式

$[K(\alpha) : K] = 3, \quad (\alpha \in L)$

$L \supset K(\alpha) \supset K$ である.

$2 = [L : K(\alpha)] \times 3$

これは明らかに不適.

よって $f(x)$ は L 上既約.