

2.7.12

$x \in K \in \mathbb{C}$ K は環 \mathbb{C} の積に関する閉 (閉) である。

よって $x, x^2, x^3, \dots, x^n, \dots \in K$ である。

$|K| < \infty$ であるため、

$\exists i, j \in \mathbb{N}, x^i = x^j \quad (i > j)$

よって $i > j$ より

$$x^j (x^{i-j} - 1) = 0$$

K は整域であるため

$$x^{i-j} = 1$$

$i - j - 1 \geq 0$ より

$$x \cdot x^{i-j-1} = 1$$

よって x^{i-j-1} ($i - j - 1 = 0$ のときは $x = 1$ となるので大丈夫) が x の逆元となる。

(1.6.37)

K は体となる。