$\boxed{1.1.2.}$ $g \in G$ は

$$g = \sum_{g_i \in G} a_i g_i \qquad \text{ただし.} \quad a_i = \begin{cases} 1_A & (g_i = g) \\ 0_A & (g_i \neq g) \end{cases} \in A$$

とみなすことにより. $g \in A[G]$ とも考えられる.

よって

$$gN = \sum_{g_i \in G} a_i g_i \sum_{g \in G} g$$

$$= \sum_{g_i \in G,\, h \in G} a_i (g_i h)$$

$$= \sum_{h \in G} gh$$

a_i の定義から

ここで G は群 より $gh = g' \in G$ とおける。

h が G 全体を動くので 任意の $g'' \in G$ に対して. $h = g^{-1} g'' \in G$ となるときがある.

このとき $g' = g''$ となり g' は任意の $g'' \in G$ をとるといえる.

逆に g' が G 全体を動くとき, h は G 全体を動く.

よって

$$gN = \sum_{g' \in G} g' \quad \text{となるので}$$

$gN = N$ が示された.

$Ng = N$ についても同様である