円板 $D$ の方程式は条件より

$$\begin{cases} x^2+z^2 \leqq 1 \\ y=1 \end{cases}$$

となる。

よって円板 $D$ の平面 $z=t$ ($t$ は実数) において，方程式

$$\begin{cases} x^2+t^2 \leqq 1 \\ y=1 \end{cases}$$

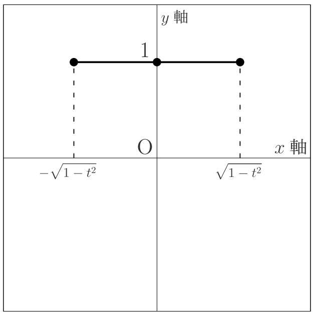
の表す図形を描く。

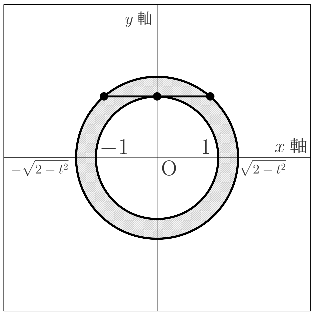
この式より平面 $z=t$ 上に円板 $D$ の切り口が存在するには，この方程式を満たす $(x,y)$ が存在しなければならない。

よって，$t^2 \leqq 1 \Leftrightarrow -1 \leqq t \leqq 1$ でなければならない。この範囲において，方程式は

$$\begin{cases} -\sqrt{1-t^2} \leqq x \leqq \sqrt{1-t^2} \\ y=1 \end{cases}$$

と書け，平面 $z=t$ における円板 $D$ の切り口は左下図のようになる。立体




$V$ の $z=t$ における切り口は，この図形を原点中心に一回転させたものである。故にその切り口は右上図のようになる。

これより，立体 $K$ の断面積 $S(t)$ は

$$\begin{aligned} S(t) &= \pi \cdot (\sqrt{2-t^2})^2 - \pi \cdot 1^2 \\ &= \pi(1-t^2) \end{aligned}$$

したがって，求める体積 $V$ は

$$
\begin{aligned}
V &= \int_{-1}^{1} \pi(1 - t^2)dt \\
&= 2\pi\left[1 - \frac{1}{3}t^3\right]_0^1 \\
&= \frac{4}{3}\pi
\end{aligned}
$$